## Реферат на тему: «Метод квадратур решения уравнения Вольтерра II рода.»

# Подготовил Михайлов Денис

Группы Б8117-02.03.01

Введение.

В данном реферате будет рассмотрено метод решения линейного одномерного уравнения Вольтерры II рода с помощью метода квадратур решения уравнения Вольтерра II рода.

Формулировка задачи и описание метода.

Решение линейного одномерного уравнения Вольтерры II рода заключается в получении решения уравнения следующего вида:

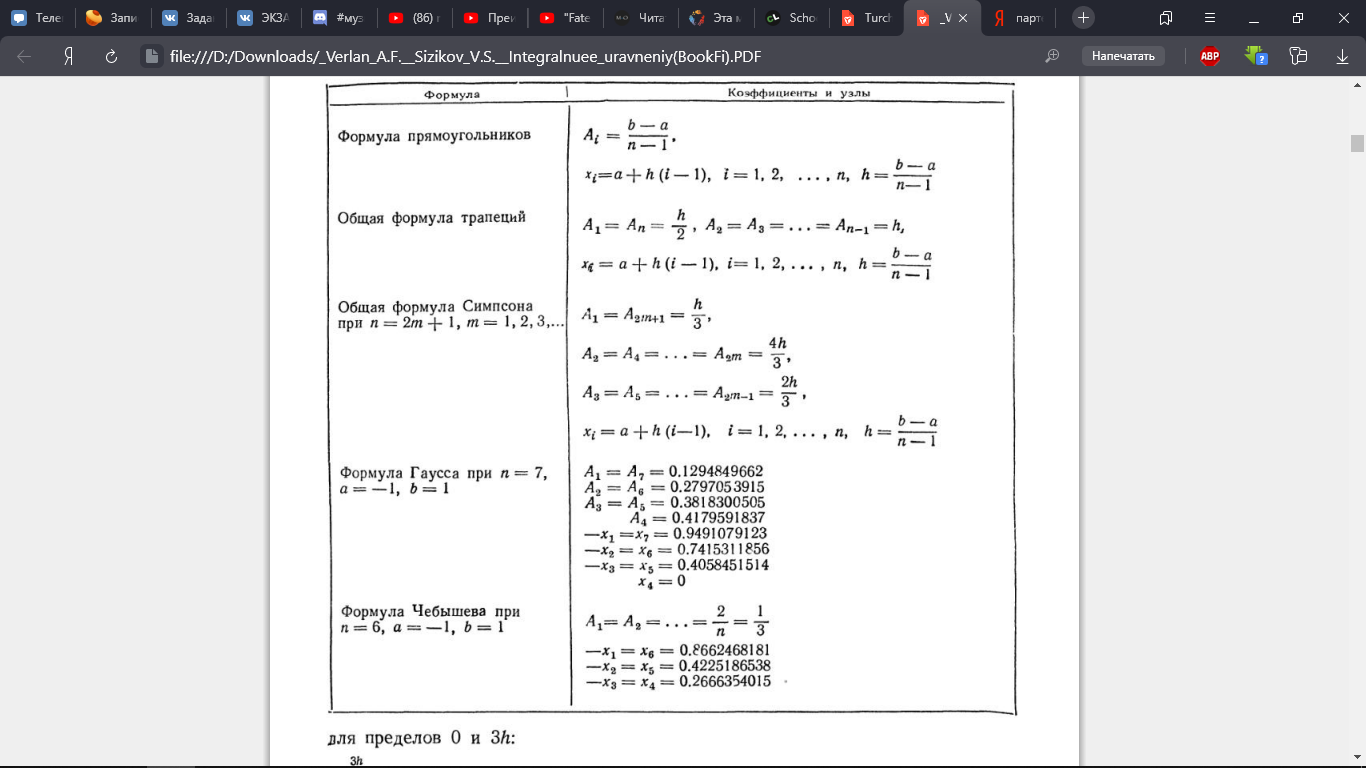
Перед формулировкой задачи и ее последующего решения методом квадратур изучим особенности применения метода квадратур.

При численных расчетах переменный предел интегрирования фиксируется и поэтому в этом случае применяются формулы для приближенного вычисления определенного интеграла, имеющего вид:

Где – фиксированные абсциссы промежутка или узлы (узлы интерполирования), – числовые коэффициенты, – остаточный член (ошибка) формулы; обычно и .

При равностоящих узлах и делении промежутка интегрирования на равных частей шаг интегрирования равен . В таблице 1 приведены значения узлов и коэффициентов для некоторых наиболее распространенных квадратурных формул вида .

Ряд квадратурных методов решения уравнений Вольтерры построен на совместном применении замкнутых формул и формул открытого типа. Приведем примеры для незамкнутых формул. Для пределов интегрирования 0 и :

 Таблица 1.

Для пределов 0 и :

Для пределов 0 и :

Выбрать квадратурную формулу для решения уравнений Вольтерры не просто, для этого в литературе нет завершенных, готовых для практики рекомендаций. Причина этого состоит в недостаточной изученности вычисления интеграла с переменными границами.

Чтобы применить к решению линейного уравнения метод квадратур, необходимо использовать выражение:

Которое получается из исходного уравнения при фиксированных значениях независимой переменной . Принимая значения в качестве узлов квадратурной формулы и заменяя с ее помощью интеграл в конечной суммой, получим систему:

Где – ошибка аппроксимации. Полагая ошибки малыми и отбрасывая их, получаем систему линейных алгебраических уравнений:

Где введены следующие обозначения:

Решение дает приближенные значения искомой функции в узлах . Система может быть приведена к виду:

В системе (6) матрица коэффициентов системы – треугольная. Это позволяет последовательно найти по рекуррентной формуле:

При условии

Которое всегда можно выполнить путем выбора узлов и обеспечения достаточной малости коэффициентов .

В случае применения формулы трапеции формула принимает вид:

# Пример.

Задано уравнение:

Ищем решение в точках Воспользуемся обобщенной формулой трапеций для замены интеграла конечной суммой. Это приводит к последовательному вычислению приближенных значений с помощью выражения , где шаг . Значения , и представлены в таблице 2.

Таблица 2.

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  | | | | | |  |
| 0 | 0.02 | 0.04 | 0.06 | 0.08 | 0.1 |
| 0 | 1 |  |  |  |  |  | 1 |
| 0.02 | 0.980199 | 1 |  |  |  |  | 0.980199 |
| 0.04 | 0.960789 | 0.980199 | 1 |  |  |  | 0.960789 |
| 0.06 | 0.941765 | 0.960789 | 0.980199 | 1 |  |  | 0.941765 |
| 0.08 | 0.923116 | 0.941765 | 0.960789 | 0.980199 | 1 |  | 0.923116 |
| 0.1 | 0.904837 | 0.923116 | 0.941765 | 0.960789 | 0.980199 | 1 | 0.904837 |

Далее находим приближенное значение. Значения точного и приближенного решения, а также их разности расположены в таблице 3.

Таблица 3

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | 0 | 0.02 | 0.04 | 0.06 | 0.08 | 1 |
|  | 1. | 1. | 1. | 1. | 1. | 1. |
|  | 1. | 1.000001 | 0.999405 | 1.000002 | 0.999991 | 0.999991 |
|  | 0 | 0.000001 | 0.000595 | 0.000002 | 0.000009 | 0.000009 |